

«Квант» для младших школьников

ソ連科学誌・クヴァントから

やさしい物理学

①

小島 英夫 (静岡大学) 訳

## キルヒホッフの法則 Ya. アムステスラフスキー (クヴァント 1992, No. 6, 15-23pp)

高温の物体からの発光—熱放射あるいは温度放射—の法則性は、物理学の歴史において特別の役割を果たした。熱放射の研究そのものが量子論の始まりであったことを思い出すだけで充分だろう。熱放射の基礎法則のひとつは1859年にドイツの物理学者キルヒホッフによって定式化された。この法則についてお話ししよう。

黒い物は明るいことがあるだろうか？

まず、〈黒〉について、物理学における〈黒〉の概念は、物体がそこに入射した放射（スペクトルの可視部の、あるいは他のどんな領域のでも）を吸収する性質に関係している。物体が黒ければ黒いほど物体が吸収する割合は多くなる。完全に黒い物体—これからは完全黒体と呼ぶことにする—は、そこに入射するすべての放射を、全スペクトル領域で完全に吸収してしまう。〈黒〉に対立する概念は〈白〉である。物体が入射した放射を反射すればするほど、物体の吸収量は少なくなり、より少なく黒く見える。

つぎに、〈明るさ〉について、明るい物体というのは、放射量が多いものである（スペクトルの可視部あるいはその他の領域で）。物体がより多く放射すれば、それはより明るい。

〈明るさ〉の対立概念は〈暗さ〉である。明るい物体はより多く放射し、暗い物体は少なく放射する。

そういう訳で、〈黒〉と〈明るい〉は（また、〈黒〉と〈暗い〉は）異なる種類の概念である。物体の異なる性質に関係している。この二つの性質の間に関係があるかどうかは、重要な問題である。もし、なんらかの関係があり、それが普遍的な意味を持っていれば、物体の吸収特性を知ることによって、その物体があれこれの条件下でどのように放射するかがわかる。

日常経験から、同じ物体が異なる温度では異なる放射をすることをわれわれは知っている。電流の増加にともなって電球のフィラメントからの可視光線が著しく変化することを思い出すだけで充分だろう： $T=800\text{K}$ での辛うじて見える薄桃色の光から、 $T=2800\text{K}$ での眩しい白色光まで。また、あなたがたは物体の温度変化によって生ずる驚くべき変化を、煤をだす炎を見ているときに（特に注意していなくても）観察したことがあるに違いない。高温に（ $1800\text{K}$ 程度に）加熱された〈黒い〉炭（炭素）の一片は眩しく放射し、全体として黄色い炎の舌を作る（ここでは黒は明るい）が、同じ黒い炭素の一片が燃えつきずに冷えると全体として暗い、真っ黒い煤の塊となる（ここでは黒は暗くなる）。このことから、いろいろな物体の吸収と放射の性質の比較は、物体の温度が同じときにしなければならないことがわかる。

われわれが日常生活で普通に観察するのは、

室温における物体である。そこでは、われわれに黒く見える物体が沢山ある（可視あるいはもっと広いスペクトル領域で）。それは、黒い材質の物体、炭の一片、煤けた物体、鳥の羽根、穴や洞窟の入り口、岩の割れ目などなどである。黒い物体を黒くない物体の近くに置くと、黒い物体が暗く、黒くない物体はずっと明るく見えることが分かる。このことから、次のような直観的結論を導き出すことが稀ではない：黒い物体はいつも暗く、しかも黒いほど暗い。しかし、この結論は全く間違っている。

二つの事実を考えると、その理由は簡単に分かる。第一に、われわれはいつも太陽光あるいは電燈の灯りのもとで物体を比較しており（暗夜にあるいは薄暗い光の下でそんなことをする人はいないだろう）、物体の固有な温度放射ではなく、高温な放射体である太陽や白熱灯の〈外来の〉光の反射を見ているのである。黒くない物体は黒い物体と違って、その〈外来の〉光を強く反射し、それゆえ明るく見えるのである。第二に、われわれは普通肉眼で観察する。この精巧な感覚器管は、しかしながら、可視領域—電磁波のスペクトルの僅かな部分に対してしか反応しない。他方、室温でこのスペクトル領域に光を放射する物体は実際には存在しない。

物体が電磁放射を吸収する性質と放射する性質の関係について研究したキルヒホッフは、次のような重要な結論を導いた。それは、キルヒホッフの法則と呼ばれている：物体がある温度で光を吸収する量が多ければ、放射する量も多い（物体が黒いほど、それは明るい）。

キルヒホッフの法則を書き表すために、吸収率と放射率という言葉を定義しよう。物体

の吸収率  $A_{\lambda,T}$  は、絶対温度が  $T$  の物体に波長  $\lambda$  の放射が入射したとき、入射量にたいする吸収量の割合である。吸収率は無次元の量で、物体の性質によって 0 と 1 の間の値をとる。完全に白い物体<sup>1</sup>では  $A=0$  であり、完全黒体では  $A=1$  である。

放射率  $E_{\lambda,T}$  は、温度  $T$  の物体がその単位表面積から波長  $\lambda$  の近くの単位スペクトル領域<sup>2</sup>に放射するエネルギーに等しい。

$A_{\lambda,T}$  の異なる幾つかの物体があるとしよう。そのなかには完全黒体も完全に白い物体も含まれているとする。すべての物体が十分に高い同じ温度に加熱されると、キルヒホッフの法則によって、これらの物体は異なる放射をする。もっとも輝くのは完全黒体で、白い物体は完全に暗い。完全黒体については、その放射率と吸収率をそれぞれ  $E_{\lambda,T}^{\text{黒}} = \epsilon_{\lambda,T}$ ,  $A_{\lambda,T}^{\text{黒}} = a = (1)$  と書く。一定の温度では完全黒体の放射が最も強いだけでなく、厳密に決められたスペクトル成分を持つことが非常に重要である。換言すれば、関数  $\epsilon_{\lambda,T}$  は  $\lambda$  と  $T$  の普遍関数で表わされる。上に述べた考え方と記号を使うと、キルヒホッフの法則は次の形に書ける：

$$E_{\lambda,T} = A_{\lambda,T} \epsilon_{\lambda,T} \quad (1)$$

関数  $\epsilon_{\lambda,T}$  の形は、ドイツの物理学者 M. プランクによって 1900 年に発見された。プランクによれば、この関数（プランク関数）は

$$\epsilon_{\lambda,T} = 2\pi c^2 h \lambda^{-3} \left( \exp\left(\frac{hc}{\lambda k T}\right) - 1 \right)^{-1} \quad (2)$$

であり、ここで  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$  は真空中の光の速さ、 $h = 6.62 \times 10^{-34} \text{ Js}$  はプランク定数、 $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$  はボルツマン定数である。

物体の温度が  $T$  のとき、関数  $A$ ,  $E$ ,  $\epsilon$  は、波長  $\lambda$  だけに依存する。そのようなとき、これらの関数はそれぞれ  $A_\lambda$ ,  $E_\lambda$ ,  $\epsilon_\lambda$  と書かれ

1 あるいは完全反射体（理想的な鏡）の場合、完全に白い表面は入射する光を全ての方向に均等に反射するが、完全な鏡の面はすべての光を反射の法則に従って一定の方向に反射する。

2 誤解を避けるために、次の事を注意しておく。「単位スペクトル領域に」は、 $\Delta\lambda$  が、例えば 1 メートルであることを意味しない。そうではなくて、放射されるエネルギーが、 $\Delta\lambda$  に比例することを意味する： $\Delta W / (\Delta S \Delta t) = E_{\lambda,T} \Delta\lambda$ 、ここで  $\Delta W$  は時間  $\Delta t$  の間に表面積  $\Delta S$  から波長領域  $\Delta\lambda$  に放射されるエネルギーである。

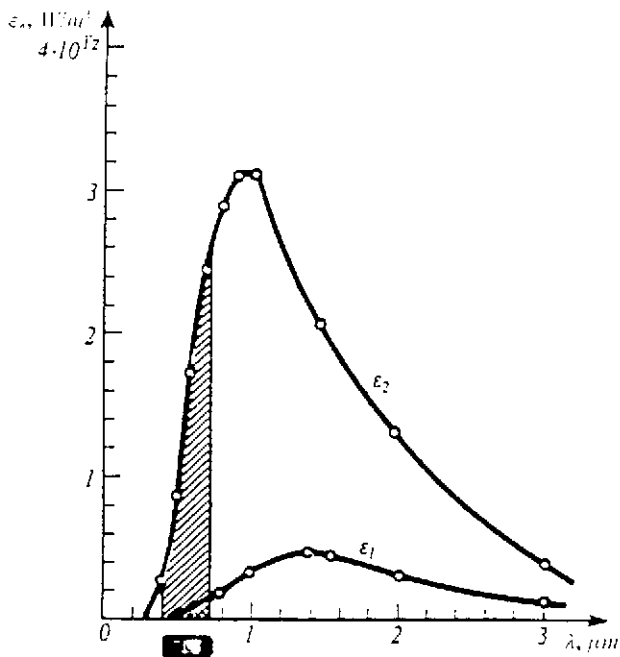


図 1

る. 二つの温度  $T_1=2000\text{K}$ ,  $T_2=3000\text{K}$  に対するプランク関数のグラフを図 1 に示した.

赤は青になるか？

完全黒体の最も便利なモデルは、耐熱性あるいは耐火性の物質でできた閉じた空洞の小さなスリットである。物体の温度は電氣的に、あるいはなんらかの熱源で変えられる。空洞の形はたいして問題ではない。

完全黒体のモデルとして、耐熱性の金属でできた、内面を黒く塗った完全球の形を考えよう(図 2)。外からスリット  $S$  に入射した光線は、空洞の内部に入り、何度も反射され、急速に弱まり、実際上空洞から外へ出ない、おまけにそれはどんな温度でも、どんなスペ

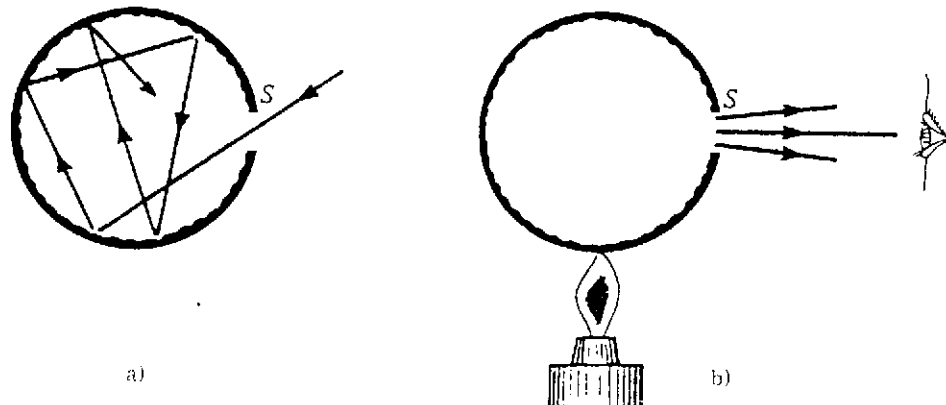


図 2

クトル領域でも成り立つ。したがって、このモデルのスリット  $S$  は完全黒体の性質を持っている。

全てを吸収するスリットは何も放射しないのではないだろうか。だがそれは、全くの誤解である。実際にスリットは〈外来の〉放射を反射することはない。しかし、完全黒体は全ての入射した放射を吸収し、それを完全に〈加工〉して、温度  $T$  に対応した、自分に固有の放射を形成する。キルヒホッフの法則によれば、同じ温度に加熱した任意の物体の放射と比較して、スリット  $S$  の放射は最も強い。閉じた空洞のスリットを完全黒体として使った最初の人、キルヒホッフ自身だった(1859年)。しかし、完全黒体のモデルを使った温度放射の実験的研究が珍しくなくなるには、長い年月が必要だった。

キルヒホッフの法則を例示する三つの例を説明しよう。

1. 球状の空洞(図 2)の外表面を輝くまでに磨き、広いスペクトル領域で鏡のようにしたとする。物体の二つの状態 a) 室温( $T=300\text{K}$ )と b) 白熱状態( $T=3000\text{K}$ )でこの球をスリット  $S$  の方から観察したとき、どのように見えるだろうか？

a) 〈外来の〉放射の影響を避けるために、観察は暗い部屋で行うことにする。しかし、そのような条件でこの物体を肉眼で観察しても、なにも見えないだろう。なぜならば、 $T=300\text{K}$  において、スペクトルの可視領域

( $0.4 \times 10^{-6} \text{m} \leq \lambda \leq 0.76 \times 10^{-6} \text{m}$ ) では公式(2)に対応するプランク関数  $\epsilon_\lambda$  は無視できるくらいの小さな値をもつ。とはいえ、300Kに熱せられた物体は、関数  $\epsilon_\lambda$  が波長  $\lambda = 10 \times 10^{-6} \text{m}$  ( $10 \mu\text{m}$ ) で極大になるようなスペクトル領域で放射している。この波長はスペクトルの赤外領域の中心部に対応している。キルヒホッフの法則に基づいて、次のように結論できる：赤外光線で見ると、スリットSは球の他の部分の暗い背景にたいして明るく輝いてく輝いてくいるに違いない。しかし、そのような光景をく見るには  $10 \mu\text{m}$  の波長領域に高い感度をもつ目か、赤外光線を可視光線に変換する装置をそなえた目が必要である。

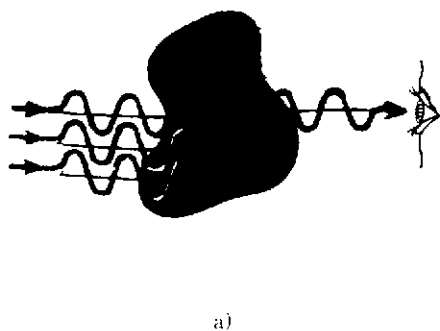
b) 物体を白熱状態に加熱したとき、スペクトルの可視部において関数  $\epsilon_\lambda$  は急激に増加する。公式(2)によれば、温度  $T$  が  $T_1$  から  $T_2$  に変化したとき、あるスペクトル領域  $\lambda$  における完全黒体の放射率は、次の式に従って変化する：

$$\frac{\epsilon_{\lambda, T_1}}{\epsilon_{\lambda, T_2}} = \exp\left[\frac{hc}{\lambda k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\right].$$

(この式は  $\exp\left(\frac{hc}{\lambda k T}\right) \ll 1$  であることを使って、式(2)から容易に導かれる。)

スペクトルの可視部の中央では ( $\lambda = 0.55 \times 10^{-6} \text{m}$ )、温度  $T_2 = 3000 \text{K}$ 、 $T_1 = 300 \text{K}$  ( $T_2/T_1 = 10$ ) のとき

$$\frac{\epsilon_{\lambda, T_1}}{\epsilon_{\lambda, T_2}} = e^{78} = 10^{34}!$$



したがって、ここでは放射の変換装置は必要でなく、肉眼でまわりの暗い背景のなかにスリットSは明るく輝いて見える(く黒いほど、明るい)。

2. 薄明かりでは赤く見える、色のついた石—耐熱性の鉱物があるとしよう (図 3a)。つまり、それは空色、青色、紫色を強く吸収し、これらに対しては  $A=1$  で、スペクトルの赤色から橙色に対しては透明で  $A=0$  であるとする。また、問題を具体的にするために次のように仮定する：温度が上がっても強い吸収の起こるスペクトル領域は変わらない。3000Kに加熱したとき、この石は輝くだろうか？ もし輝くとしたら、色がつくだろうか？ どんな色が？

3000Kでは、プランク関数  $\epsilon_\lambda$  はスペクトルの可視部で充分大きく、キルヒホッフの法則によれば、 $A_\lambda=1$  の強い吸収の部分で灼熱の鉱石は強い放射をだす： $E_\lambda = A_\lambda \epsilon_\lambda$ 。強い吸収はスペクトルの可視部の短波長領域だけで起こるから、この放射は着色しており、その色は青空色である (図 3b)。

20世紀の初めにアメリカの実験物理学者ウッド R. Wood によって溶融石英を使った面白い実験が行われた。スペクトルの可視部では、溶融石英は透明であり、吸収は殆どない： $A=0$ 。それゆえ、ガスバーナーで加熱した溶融石英柱は、高温になっても暗いままである。ウッドは、それに少量の酸化ネオジウムを加

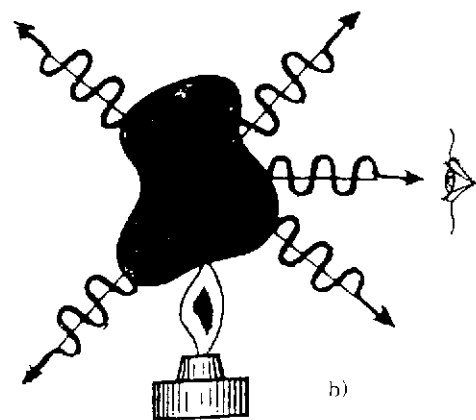


図 3

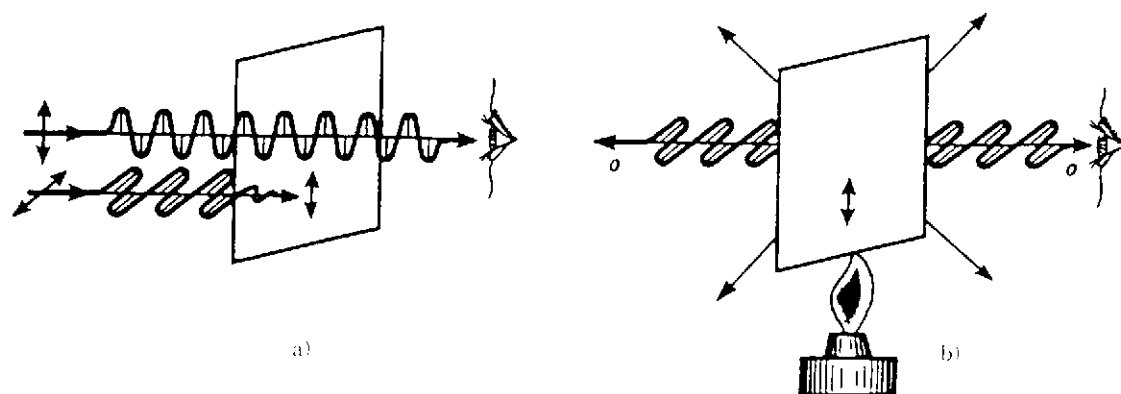


図4

え、一様に分布させて、溶融石英を〈着色〉した。希土類（特にネオジウム Nd）の溶液は、スペクトルの可視部に強い吸収を起こす狭い領域を持っていることが知られている。その結果、着色した溶融石英にも吸収帯が生ずる。ネオジウムの場合には、吸収帯はスペクトルの赤、橙、黄の部分にある。もし、そのような溶融体の小片を、前と同じようにガスバーナーで加熱すると、前と違ってよく輝く。ウッドは分光器をつかってその光を解析し、それがちょうどスペクトルの赤、橙、黄の領域の明るい帯からなることを確かめた。

3. ある種の結晶は種々の方向に偏光した光を違ったふうに吸収することが知られている。一つの方向の光振動にたいする係数  $A_i$  は大きく、他の方向にたいしては小さい（同じ  $\lambda$  と  $T$  のとき）。このような物質の古典的な例は電気石（トルマリン）で、これは一軸性の着色した（緑色が多い）耐熱性の結晶であり、正常光線を強く吸収する（図4a）。したがって、数 mm の厚さの電気石の結晶は偏光板となる：電気石は一つの面内に振動する光だけを実質的に透過される。次のような問題を考えてみよう。電気石を透過した光は、どのような偏光特性を持っているだろうか？

正常 (o) 振動と異常 (e) 振動（英語の ordinary と extraordinary の頭文字から）にたいして、係数  $A_i$  は異なる。それゆえ、o-振動と e-振動の放射にたいしても、違う特性を持つ。キルヒホッフの法則によれば、加熱した電気

石の発光は o-振動が著しく強い、部分的な偏光であることになる（図4b）。この結果を初めて観察したのは、キルヒホッフ自身で、加熱した電気石の発光を定性的に研究したときのことだった（1859年）。この現象のより定量的な研究は20世紀の初めになされ、次の関係が成り立つことを示した：

$$A^e/A^o = E^e/E^o.$$

### 3 ワットは100ワットに等しいか？

加熱した物体の重要な応用の一つは、光源として用いることである。例えば、白熱電球を考えると、これは種々の光源のなかで今でも重要な位置を占めている。キルヒホッフの法則の照明技術への応用を考える際には、完全黒体の放射スペクトルの可視部におけるエネルギーは、全放射エネルギーの非常に小さな部分を占めるに過ぎないことに注意しなければならない（図1のグラフの斜線部）： $T=2000\text{K}$  で約0.3%で、 $T=3000\text{K}$  で3%に増加するが、相変わらずとても小さい。タンクステンフィラメントでは、以下に示すように、事情はもう少しよい。しかし、避けられない熱伝導による損失が加わり、タンクステン電球の変換効率は現在実質上2-3%を越えない。つまり、電球に供給されたエネルギーのうち、よくても97%は〈無駄になってしまう〉。

ここで、空想の翼を広げてみよう。耐熱性で（例えば3000Kまで）電気伝導性を持ち、高

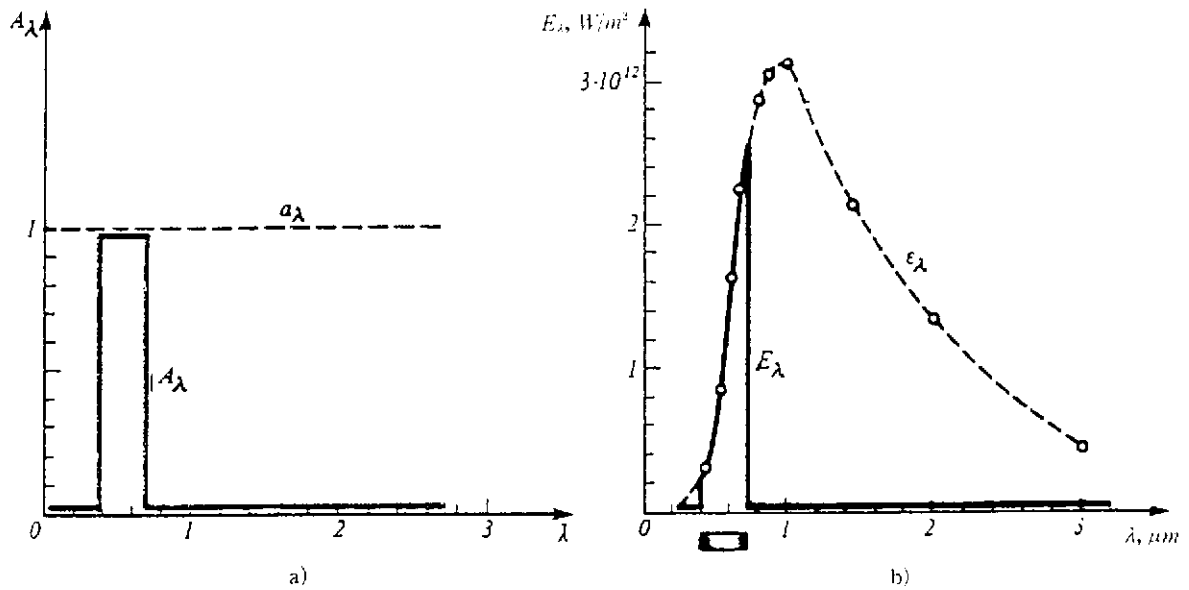


図5

温ではスペクトルの可視部で強い吸収性を持ち ( $A_\lambda=1$ )、スペクトルの残りの部分で実際上吸収がない ( $A_\lambda=0$ ) ような物質が作られ、あるいは発見されたとしよう。キルヒホッフの法則によれば、このような物質を白熱電球のフィラメントに使えば、経済的に大きな出力が得られるはずである。実際、このような電球の数ワットでの明るさは、現在の100ワットの電球に相当するだろう。

この問題の核心は、次のように整理される。以下の条件で、可能な最大の光出力を得るには、 $A_\lambda$  はどのような関数でなければならないか：1) 光源が与えられた温度  $T$  において最

大の明るさを持つこと、および2) 光源が人間の目に最も適した光の成分組成を持つと同時に高度の明るさを持つこと。

このような性質を持つ光源を、それぞれ  $S_1$  および  $S_2$  と呼ぼう。求める関数  $A_\lambda$  を図5aと6aに、対応する放射率  $E_\lambda$  を図5bと6bに描いた。キルヒホッフの法則により、二つの光源は経済的には理想的であることがわかる：それらは可視光線だけを放射する、なぜならばその他の領域では  $A_\lambda=0$  だから。しかし、与えられた温度では、完全黒体として光を放射する光源  $S_1$  が最大の明るさを持つ。他方、 $E_\lambda$  が波長の増加と共に急激に増大する

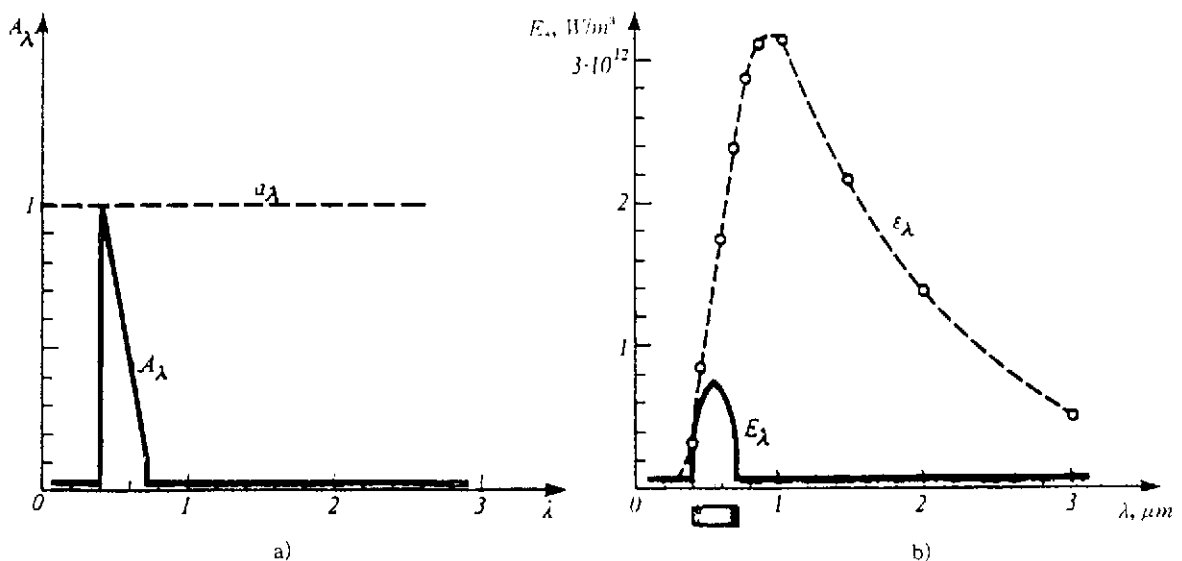


図6

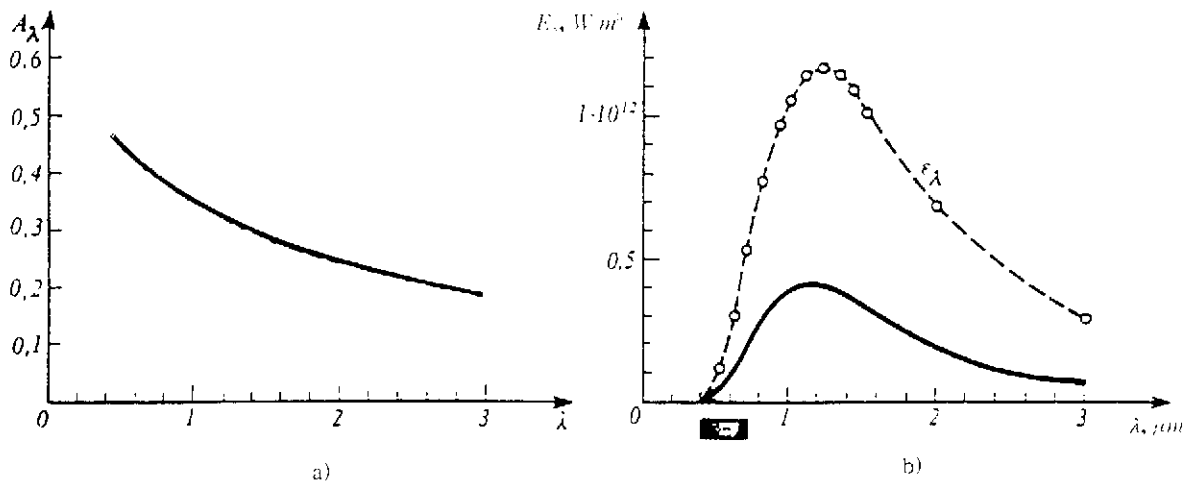


図 7

ために、その光は暖かい色調を帯びた赤っぽい色合いを持っている。光源  $S_2$  の光は  $A_\lambda$  がスペクトルの長波長部で減少するために暖かい色調は弱く、エネルギー分布は太陽光のスペクトルにおけるものに近い。光源  $S_2$  の光はより〈白く〉見え、人間の目に適している。(とは言っても、読者がもっと適当な光源を提案することを遮るものではない。)  $S_1$  や  $S_2$  のような電球ができれば、照明技術に革新的な変革を起こすことは確かである。しかし、そのような成果を得るには、上に述べたような性質(吸収係数、耐熱性など、など)をもつ物質を見つけ出すという、技術的な革命を予め達成しておかなければならない。

残念ながら、実際の高温光源は、上に考察した理想的な超効率光源  $S_1$  や  $S_2$  とは似ても似つかない。とはいえ、共通の要素を研究することは可能である。その意味では、アウエルガス白熱灯を取り上げることは興味深い。可視光線と中間波長域の赤外線的光源として、アウエルガス白熱灯は20世紀の初めから定評があったが、今日ではむしろ歴史的な興味がある。とにかく、この光源の性質は非常に興味深いものである。この白熱灯の基本部分は耐熱性の網製円錐で、ガスバーナーで1800Kまで加熱される。網は少量(0.75から2.5%)の酸化セリウムを加えた酸化ナトリウムで作られる。酸化セリウムの存在は、スペクトルの全可視領域での強い、実質的に完全黒体と同

じ吸収と、中間赤外領域での完全黒体に近い吸収とを得るために必要である。このとき、近赤外領域での吸収は実質的にゼロである。したがってアウエルガス白熱灯の光には  $T = 1800\text{K}$  での完全黒体の放射スペクトルの中かの最もエネルギーの高い近赤外領域が欠けており、この白熱灯の全放射は、ほとんど完全黒体と同じ強度の可視光線と中間領域の赤外線の光源となっている。

白熱電球に戻ろう。現代の白熱電球のフィラメントはタンクステンである。 $T = 2450\text{K}$  におけるタンクステンの  $A_\lambda$  と  $E_\lambda$  の波長依存性を図7に示した。この図から分かるように、同じ温度でのタンクステンは完全黒体に較べて全スペクトル領域で著しく少ししか放射しない。とくに可視領域では半分であり、光源として劣っていることは確かである。しかし、それに加えて、タンクステンの放射は赤外領域で完全黒体に較べて1/3から1/5であり、この部分でのエネルギー損失が少ないので光源としては優れている。要約すれば、タンクステン電球は同じ温度の完全黒体に較べて光源としては明るくないが、日には適しており、かなり優れた経済性をもつ光源である、と言える。実際、白熱電球の変換効率は非常に低く、3%を越えない。白熱電球の長所を保ちながら、その変換効率を数%でも高めることができれば、照明技術の領域における著しい成果である。

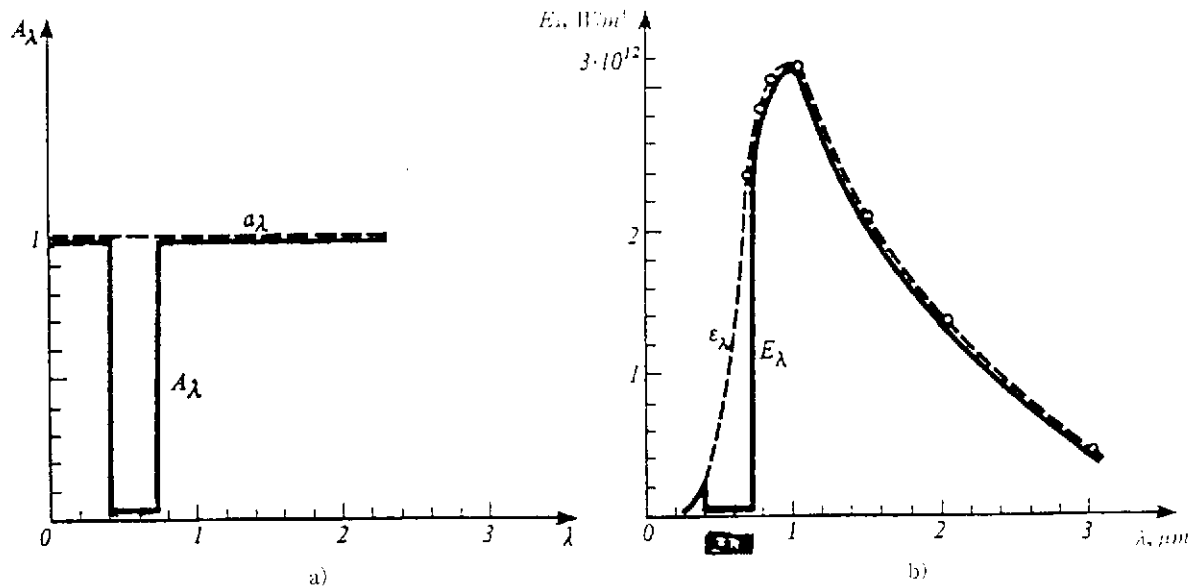


図 8

最後に、読者にちょっとした演習問題をさしあげよう。

図 8 はある加熱された物体の  $A_\lambda$  と  $E_\lambda$  の波長依存性を示す曲線である。この物体とその放射について、どんなことがわかるだろうか？

(訳 こじま ひでお)