

1996, No. 7

«Квант» для младших школьников



ソ連科学誌・クヴァントから

やさしい物理学

34

小島 英夫 (静岡大学) 訳

## 1. ファラデー数と荷電粒子の比電荷 1. K. ベルキン (1985, No. 2, pp. 23-26)

電気分解の現象は、18世紀の終わりから19世紀の始めにかけて発見され、優れたイギリスの物理学者ファラデーによって、特に詳しく研究された。1834年にファラデーは一編の論文を発表し、その中で電気分解の法則が確立することになった実験結果について説明している。その論文で、彼によって提唱され、現在も使われている用語が初めて用いられた。その中には次のような単語がある：電極（および陰極と陽極）、イオン（陽イオンと陰イオン）、電解質およびその過程自身を指す電気分解。

電気分解の法則は現在次のように書かれる（ファラデーの時代とは異なる）：

$$m = \frac{1}{F} \frac{M}{n} I t,$$

ここで、 $m$ —電極に析出する物質の質量(kg),  $F$ —ファラデー定数(C/mol),  $M$ —物質のモル質量(kg/mol)（あるいは原子質量）,  $n$ —その価数,  $I t$ —電解質を流れた電気量(C), である。

次の事実に注意しよう。比  $M/n$  に等しい数値を、化学では「化学当量」と呼ぶ（当時は価数という概念はまだなかったが、ファラデーも同じ言葉を使っている）。この量は、ある物質が水素との化合物を作る（あるいは化学反応において水素を置換する）ときの、水素の質量にたいするその物質の質量の比を表す。例えば、酸素原子Oは相対原子質量（質量数）が16であるが、価数が2であり、したがってその化学当量は8である。酸素と水素から水  $H_2O$  ができるとき、水素の単位質量ごとに酸素の8質量単位が必要になる：1kgの水素と8kgの酸素が化合し、9kgの水ができる。

ファラデー定数の物理的意味。電気分解によって電極に析出した物質の量が、数値的にその化学当量に等しかったと仮定しよう。すると、電気分解の法則によって、ファラデー定数  $F$  は数値的にイオンによって運ばれた電荷に等しく、そのイオンの全質量は数値的に化学当量に等しい。この関係から実験的に  $F = 96500 \text{ C/mol}$  が得られた。

析出した物質の価数が1であると、その化学当量は数値的に1モルの質量に等しいので、その質量を運んだイオンの数はアヴォガドロ数  $N_A$  に等しい。電極に析出した物質の価数が2であると、96500Cの電荷がアヴォガドロ数の半分の数のイオンによって運ばれたことになる、など。

陽子と他の荷電粒子の比電荷。電解質を通して電流を流す実験により、陰極に水素が析出し、その質量が数値的に化学当量に等しかったとしよう。水素は1価であるから、電解質を通して1モルの水素イオンが流れたことになる。そのイオン数はアヴォガドロ数に等しく、その運んだ電荷は数値的にファラデー定数に等しい。したがって、水素イオンの質量は数値的に化学当量とアヴォガドロ数の比に等しく、そのイオンの電荷は数値的にファラデー定数とアヴォガドロ数の比に等しいことになる。この関係から、電気分解の法則によって、水素イオンの電荷のその質量に対する比（「比電荷」と呼ばれる）は、原子質量で割ったファラデー定数に数値的に等しい。

水素イオンは水素原子の原子核である。それは特に陽子と呼ばれる（陽子はすべての化学元素の原子核にその一成分として含まれている）。SI（国際単位系）では陽子の比電荷は次の値を持つ：

$$\begin{aligned} \frac{q_p}{m_p} &= \frac{F/N_A}{M/N_A} = \frac{9.65 \times 10^4 \text{C/mol}}{10^{-3} \text{kg/mol}} \\ &= 9.65 \times 10^7 \text{C/kg.} \end{aligned}$$

なぜ、我々がここで陽子の比電荷を特に取上げたのかを説明しよう。すべての荷電粒子の比電荷は、その粒子の重要な特性の一つである。例えば、比電荷は電場中を運動する粒子の速度と加速度に関係する。二つの例を示そう。

電荷  $q$ 、質量  $m$  の粒子が電場強度  $E$  の電場中を運動するとして、粒子に働く力は  $qE$  である。ニュートンの運動方程式をかくと、

$$m\vec{a} = qE.$$

この式から加速度  $\vec{a}$  が求められる：

$$\vec{a} = (q/m)E.$$

明らかに、粒子の加速度は、電荷と質量に別々にではなく、その比  $q/m$ 、すなわち粒子の比電荷に依存する。

電荷  $q$ 、質量  $m$  の粒子が電場中で、電位差が  $U$  の2点間を運動するとして、電場が粒子に対してする仕事は  $qU$  に等しい。最初に粒子が静止していたとすると、その仕事は粒子の運動エネルギー  $= mv^2/2$  になる：

$$qU = \frac{mv^2}{2}.$$

この式から粒子の得る速さが求められる：

$$v = \sqrt{2 \frac{q}{m} U}.$$

この場合にも、粒子の速さは粒子の比電荷で決まる。

## 2. 電子の発見 I. K. ベルキン (1985, No. 3, pp. 18-20)

〈電子〉という言葉は、電荷をもった素粒子の一つを指しているのだが、多分それから派生して現代の科学技術文献に非常に頻繁に使われている。〈エレクトロニクス〉という言葉が使われるようになったのはそんなに古いことではないが、それは一方で電子と電磁場の相互作用に関する科学を指すと同時に、他方で新しい技術の一分野を指している。〈電子〉、〈エレクトロ〉などの形容詞は、現代用語や日常生活に広く浸透している。その例としては、種々の電子機器や電子計算機を思い出せば十分だろう。

電子はいつ、誰によって、どのように発見されたのか？ いつ、誰が、どのようにしてその基本的性質を決定し、その自然界における役割を説明したのだろうか？

光線か、粒子か？ 電子の発見は数十年にわたる気体放電の研究の結果である。その気体放電とは、気体を通して電流が流れる過程である。特に重要な発見が、19世紀の半ばに行われた：気体を詰めたガラス管内で、ハンダ付けした電極間に十分高い電圧をかけると、気体中に電流が流れ、気体自身はそのとき発光する。発光の特性は気体の圧力（気圧）と印加した電圧に依存し、光の色は気体の性質で決まる。しかし、気圧が十分に低く

（ほぼ1パスカル、つまり1気圧の十万分の一、 $10^{-5}$ 気圧に）なると、気体の発光は殆ど停止する（電流が流れていても）。その代わりに、ガラス管

（放電管）のガラスが緑がかった色の発光を始める。

気体の発光が停止した後で、放電管に何が起ったのだろうか？ この現象の原因について、特にこの現象を積極的に研究していた物理学者の間で長い論争が続いた。

ドイツの物理学者（ヘルツ、ゴールドシュタイン）は、放電管の陰極から特別の光線が出てそれがガラスを発光させると考えた。彼等はその光線を〈陰極線〉と名付けた。電磁波を発見したヘルツは、当然の事に、陰極線が光に似た、しかし見えない特別の電磁波だという考えに傾いた。

イギリスの物理学者（クルックス、シュスター、後にJ. J. トムソン）は、陰極から出るのは光ではなく、なにか負に帯電した粒子で、その作用によってガラスが発光するのだと考えた。例えばクルックスは、それが陰極に衝突して負電荷を帯び、陽極への電気力で加速された気体分子だと確信していた。この見解を支持する事実には、陰極線が磁場で曲げられることがあった。この重要な事実を、ドイツの物理学者も知ってはいたが、当時は電磁波が磁場の影響を受けないことは未だ確立していなかった、ということをおぼろげに忘れない。

見解を異にする二つの陣営は、陰極線の性質が陰極の物質には依存しないことについて、一致した確信があった。論争は各陣営に、彼等の正しさ

を証明する実験を考案し、実施するように努めさせるという、プラスの効果を持っていた。

決定的な実験が1987年にイギリスの物理学者 J. J. トムソンによって行われた。その実験は、荷電粒子の運動を電場と磁場の中で行うことであった。

荷電粒子の電場と磁場の中での運動。前掲の論文〈ファラデー定数と荷電粒子の比電荷〉(本誌、本号の前論文)で示したように、電場中の荷電粒子の速さ  $v$  と加速度  $a$  は粒子の比電荷  $q/m$  によって決められる ( $q$  は粒子の電荷、 $a$  はその質量) :

$$v = \sqrt{2 \frac{q}{m} U}, \quad a = \frac{q}{m} E,$$

ここで、 $U$  は電位差、 $E$  は電場強度である。

さらに、荷電粒子の磁場中の運動も粒子の比電荷で決められる。そのことを示そう。

電荷  $q$  (簡単のために、その符号は正にとる) の粒子が磁気誘導  $\vec{B}$  の磁場中を初速度  $\vec{v}$  で運動するとき、荷電粒子にはローレンツ力が働く(本誌95年 No. 2, p.66参照)。ベクトル  $\vec{v}$  が磁場  $\vec{B}$  に垂直であると、ローレンツ力は大きさが  $qvB$  に等しく、向きは速度ベクトルと磁気誘導ベクトルに垂直である。粒子の速度に垂直な力は、粒子に円運動をさせるような求心力を与える。ニュートンの運動の第二法則によって、次の式が得られる :

$$m \frac{v^2}{r} = qvB.$$

この式から、回転半径  $r$  が得られる :

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{v}{B(q/m)}.$$

このようにして、磁場強度と初速度が与えられたときの粒子の軌道の曲率半径は、粒子の比電荷  $q/m$  で決まる。

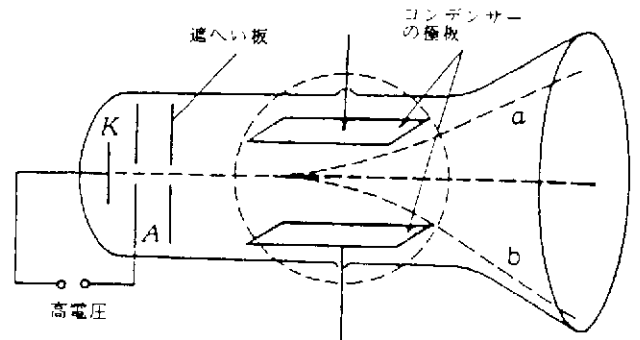
最後の式から、比電荷を求める関係が得られる :

$$\frac{q}{m} = \frac{v}{Br}. \quad (1)$$

回転半径  $r$  と磁気誘導  $B$  は容易に測定できる。粒子の速さ  $v$  を知る必要があるが、この測定はそれほど簡単ではない。トムソンはこの困難を解決した。彼はどんな方法を使ったのだろうか。

**J. J. トムソンの実験。** トムソンの実験の目的は、イギリスの物理学者たちが陰極線を構成すると考えていた、仮想的な粒子の比電荷を決定することだった。トムソンが考案した実験装置を、模

式的に図に示した。



ガラス容器に陰極 K、陽極 A、遮蔽板およびコンデンサの極板がハンダ付けされている。K と A の間には、陰極線を出すのに十分な高い電圧がかけられている。陽極と遮蔽板とに開けられた〈スリット〉が陰極線の細いビームを〈切り取り〉、そのビームは容器の反対側の壁に当たって、そのガラスを発光させる。図中の丸い点線はコイル(容器の外側にある)を示し、それがコンデンサの電場(および紙面)に垂直な磁場を発生する。

この放電管に、上の電極をプラスにしたコンデンサの電場だけがかったときには、負に帯電した粒子からなる陰極線ビームは上方へ曲げられる(図の軌跡 a)。もし、我々から紙面に向かう磁場だけがかけられたときには、ビームは下方に曲げられる(軌跡 b)。放電管の端のガラス壁の発光から、ビームがどちらに来るかは容易に分かる。

他方で、電場  $E$  と磁気誘導  $B$  の大きさを適当に選んで、ビームが全くずれないで、真っ直ぐな軌跡を描くようにすることができる(図の太い点線)。このとき、粒子に働く電気力とローレンツ力の大きさが等しい :  $qE = qvB$ 。したがって、粒子の速さに対する式が得られる :  $v = E/B$ 。この式を前に求めた比電荷の式(1)に代入すると、比電荷が既知の量で表される :

$$\frac{q}{m} = \frac{E}{B^2 r}. \quad (2)$$

トムソンの実験は、すべて予想通りに行われた。電場中で、ビームは軌跡 a に沿って曲り、磁場中では軌跡 b にそって曲った。電場と磁場を同時にかけた時には、軌跡を曲げないようにすることができた。

容易に測定できる量を含む公式(2)によって(粒子の速さを含まない)、当時陰極線と呼ばれていた線を構成する粒子の比電荷を決定することが

できた。この粒子の比電荷は桁外れに大きかった： $1.76 \times 10^{11} \text{C/kg}$ 。この粒子は電子 electron と呼ばれるようになった。そういう訳で次のように言うことができる。電子の発見は1897年に行われ、その重要な発見をしたのは J. J. トムソンである。

かくて電子は、陰極が出来ている物質に関係なく放電管の陰極から飛出してくるので、電子はどんな原子の中にも存在すると結論できる。トムソンのこの仮説は、1897年に提出された。

それから数年たって、トムソンは(他の学者とともに)熱電放射にさいして加熱された金属から飛出して来る粒子が同じ比電荷を持ち、したがって電子であることを示した。金属から光によって放出される粒子も同じ比電荷を持つ。これもまた、電子である！

気体を通る電気の理論的および実験的研究(電子の発見をもたらした)によって、J. J. トムソンは1906年にノーベル物理学賞を受けた。

**電子の質量と電荷** 電子の比電荷が分かっても、電子の電荷と質量の値を別々に知ることはできない。しかし、19世紀の終わりには既に、水素イオンの比電荷とその電荷の(符号は反対だが)大きさが電子の電荷に等しいことが知られていた(本誌、本号の前論文参照)。この事実から、電子の質量についてある程度の知識が得られた。電子と水素イオンの比電荷はそれぞれ次のように与えられる：

$$\frac{e}{m_e} = 1.76 \times 10^{11} \text{C/kg},$$

$$\frac{e}{m_H} = 9.65 \times 10^7 \text{C/kg}.$$

ここで、 $e$  は電子電荷の大きさを、この記号で表される。 $m_e$  は電子の質量、 $m_H$  は水素イオンの質量である。 $e/m_e$  を  $e/m_H$  で割ると、電子質量が水素イオンの質量の約1840分の1であることが分かる。

トムソンの実験の約15年後に、USA の P. ミリカンとロシアの A. F. ヨッフエが電子の電荷を直接測定して、その値が  $1.6 \times 10^{-19} \text{C}$  であることを示した。この値を使うと、電子の質量は  $9.1 \times 10^{-31} \text{kg}$  となる。これは自然界に於ける最も小さな電荷と質量の値である。(訳 こじま ひでお)

# 最小二乗法の歴史

安藤洋美著

A 5 判 / 定価3,605円

最小二乗法は、実験データの処理をはじめ統計学にいたるまでの広範な分野で、実践的に活用されてきたジャンルである。自然科学ばかりでなく、社会科学の分野においても、必須の教科である。

にもかかわらず、理論的な体系化が十分でなくて、どろどろした感じが否めない。一般に気持ちよく理解できたという満足感が得にくい話題である。

本書は、数学史自体としての価値はいうまでもないが、さらに最小二乗法の理解を側面からバックアップする役目をも果たす。

ガウスを中心に、ルジャンドル、ラプラスなどの具体的な資料を掲げている。

問題として作成された人工例でなく、実際の生きた数値例を伴った資料による具体的な理論史である。理論の発展史をフォローすることは、数学の学習過程にもおおいに貢献する。

実験データの処理に苦闘する学生諸子から、数学史に関心をもつ方々まで、広い読者層を想定しています。

## 目次

1. 前史
2. 18世紀前半の観測誤差論
3. 18世紀後半の観測誤差論
4. 18世紀大数学者たちの研究
5. ルジャンドル
6. アドレイン
7. ガウスの「天体運動論」出版まで
8. ガウスの先取権の主張
9. ラプラスの最小二乗法
10. ラプラスの推定論
11. 理論と実際の比較
12. ガウスの貢献
13. 正規分布の付加的証明
14. 根源誤差の仮定
- 補遺 1. ド・モルガンと最小二乗法
- 補遺 2. ベルトランと最小二乗法

現代数学社