Basic数学. '93, No. 11

25

ソ連科学誌・クヴァントから

«Квант» для младших школьников

やさしい物理学 ㉑

小島　英夫（静岡大学）訳

1．静電作用による帯電

B. ティホミロバ (1990, No. 3, pp. 38, 39, 42)

同符号の電荷を持った物体は，互いに引き合うことがあるだろうか？　帯電した物体をつかって，他の物体を，最初の電荷以上に帯電させることができるだろうか？

これらの問題に答えるために，一つの面白い物理現象である静電誘導，すなわち電場の作用による物体の帯電を研究しよう．

次のような実験を考える．正の電荷 q_A を持つ小球Aに，帯電していない金属球Bを近づける（図1）．このとき，球Bの表面には電荷が現れる：小球Aに近い側には負の電荷が，遠い方には正の電荷が．このことは，検電器の頭部を，球Bの表面のそれぞれの場所に触れてみることによって確認できる．このような電荷分布を説明することは容易である．すなわち，球Bの内部全体に一様に分布していた自由電子が，小球Aの電荷の作用によって移動し，球の左側に右側よりも余分になるように分布が変ったのである．このようにして，球の左側の部分には負の電荷 $-q_B$ が，右側には正の電荷 $+q_B$ が誘導される（持ち込まれる）．これが静電誘導と呼ばれる現象である．ここで次のことを注意しておく：この場合に誘導された電荷 q_B の量は，誘導の原因である電荷 q_A の量よりも小さい．なぜならば，誘導された電荷は，そのまわりにある物体にも影響を与え，そこに電荷を誘起するからである．

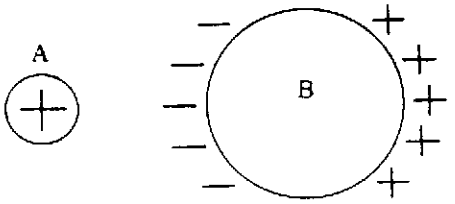

図1

帯電した物体の間には，つねに電気力がはたらいている．だから，球AとBの間にも電気力がはたらく．正確に言うと，この場合には二つの力がはたらく：小球Aと球Bの左側の部分の間にはたらく力 F_{at} と，小球Aと球Bの右側の部分の間にはたらく力 F_{re} とである（図2）．小球Aと逆符号に帯電した部分が近くにあるので，力 F_{at} は力 F_{re} より大きい．そのために，二つの球は合成力 $F=F_{at}-F_{re}$ の作用で互いに引き合う．

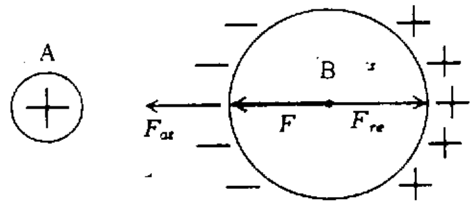

図2

もし，球Bがあらかじめ正の電荷 q_B' を持っていたとすると，どうなるだろうか？　たしかに，電荷の誘導についての先の考察はそのまま成り立つが，今度は電荷 q_A と q_B' の相互作用をも考えなければならなくなる．つまり，電荷 q_A と q_B' の間にはたらく力，斥力 F_{re}' が附加される．全体としての力は，F と F_{re}' の大きさの関係，つまり電荷 q_B と q_B' の大きさの関係によって変り，力の大きさは電気量が増えれば大きくなる．

もし，誘導された電荷 q_B が球に存在した電荷 q_B' より大きければ，結果的に同符号に帯電した二つの球は引き合うことになる．それでは，どんなときにそういう状況が実現するのだろうか？

前に言ったように，導体に誘導される電気量は，作用を与える電荷より少ない．したがって，電荷 q_A が q_B' よりかなり大きいときにだけ，q_B は q_B' より大きくなり得る．

そういう訳で，2個の，同符号に帯電した物体は互いに引き合うことがあるが，そのためには，一方の電荷は他方の電荷よりずっと大きくなければならない．

上に示したように，帯電体が帯電していない導体に作用したときには電荷が誘導されるが，その導体は全体としては電気的中性を保つ（図3）．

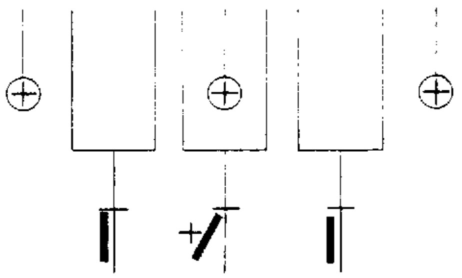

図3

しかし，全電荷がゼロでないような帯電の仕方は，実際に起らないのだろうか？

それが可能であることが，簡単に分る．そのためには，帯電体の近くに導体を置き，しばらくの間アースし，それからアースを切断すれば，帯電した物体が得られる（図4）．このとき，導体の電

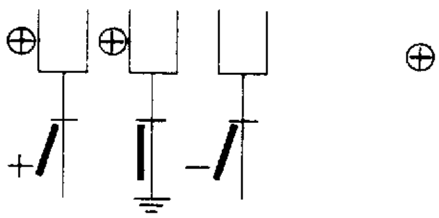

図4

荷は元の帯電体の電荷と反対符号を持つ．実際，アースしたとき帯電体にある正電荷の作用で地球から自由電子が引き出され，導体に留まり，導体を全体として負に帯電させるのである．

もし帯電体を小さな穴のあいた長い金属シリンダー（あるいは球）の内部に入れると，誘導された電気量は実質的に誘導を起す電気量に近い値まで増加させることができる．この場合には，他の物体への影響はほとんどなくなるからである．なぜならば，シリンダー（または球）の内面が小球と逆符号に帯電し，その量は小球の電荷と実質的に等しいが，外側の表面には小球と同符号で大きさの等しい電荷が生ずる．もし帯電体がシリンダーの内壁に接触すると，符号が反対の電荷は中和し，シリンダー上には帯電体にあったのと同じ符号の電荷が残る（図5）．

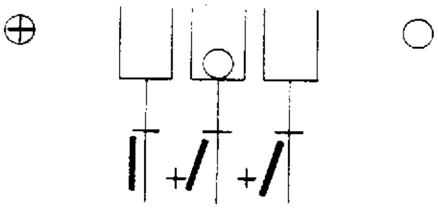

図5

そういう訳で，一つの物体から他の物体に電荷を完全に移すことが事実上可能なのである．

それでは，初めに出した第2の質問に答えることにしよう．ここに次のような物体があるとする：（正に）帯電した小球A，帯電していない小球B，中空の金属球殻および検電器．この金属球殻に，球Aの電荷より多量の電荷を蓄えようというのである．

まず，誘導により球Bを帯電させる（負に帯電）．小球Bをアースした球殻の中にさし込み，次にアースを切って，小球Bを取り出す．球殻には小球Bの電荷と大きさは同じで，符号が反対の電荷（正電荷）が残る．この電荷はAの電荷と同符号である．今度はこの電荷を検電器に移す．この一連の動作を反復すれば，検電器には，実際上，初めの電荷と同符号で，量が著しく大きな電荷が蓄えられることになる．

最後に，次の二つの質問に答えてみてください．

1．帯電していない導体の小球Cを，長いしなやかな導体で球Bの左側に接続し吊り下げた（図2を見よ）．このとき，小球Cには正の電荷が現れた．なぜだろうか？

2．検電器に少量の正電荷が蓄えられている．強く帯電した，多量の負電荷を持つ棒を検電器の頭部に近づけたところ，検電器の箔ははじめ閉じ，それからまた開いた．この現象はどのように説明できるか？

2. 電場のエネルギー　N. K. ベリキン (1986, No. 5, pp. 21〜23)

よく知られているように，コンデンサーに電荷を貯えるには，何らかの仕事をする必要がある．この仕事は，正電荷と負電荷を分離するときに生ずる静電引力に打ち勝つために必要なのである．なされた仕事を代償として，コンデンサーには静電ポテンシャル・エネルギー

$$W=\frac{1}{2}UQ=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{1}{2}CU^2 \tag{1}$$

が貯えられる．ここで，U は極板間の電位差，C はコンデンサーの容量，Q はコンデンサーの一方の極板上の電荷の量（絶対値）である．

明らかに，任意の孤立した物体を帯電させるには，つまりその物体にある符号の電荷を余分に与えるには，一定の仕事をしなければならない．この場合，物体に貯えられる同符号の電荷の間の斥力に抗して，仕事は行われる．この仕事を計算しよう．

孤立した導体を考える．この物体に電荷 q がすでに存在するとしよう．この電荷によって生ずる電場のポテンシャルが，無限に遠い点（無限遠点）で0になるように基準をとり，導体自身のポテンシャルを $\varphi(q)$ と書くことにする．十分に小さな電荷 Δq を無限遠点から導体まで運ぶとする．そのために必要な仕事は

$$\Delta A=\varphi(q)\Delta q$$

である．

電荷によってつくられる電場のポテンシャルは，つねにその電荷の量に比例する．今の場合には，導体のポテンシャルは，そこにある電荷 q に比例する：

$$\varphi(q)\propto q,\quad \text{すなわち}\quad \varphi(q)=\frac{1}{C}q.$$

比例係数として導入した量 C は，孤立した導体の容量と呼ばれる．その値は，導体の形と大きさ，およびまわりの媒質の誘電率に依存する．

φ が q に比例している状況を図に描こう（図1）．電荷 Δq を無限遠点から導体に運ぶときになされる仕事 ΔA は，この図で斜線をつけた柱状の領域の面積で表される．したがって，孤立した導体に電荷 Q を帯電させるために必要な仕事 A は，上と同様な柱の面積の和，すなわち φ の q

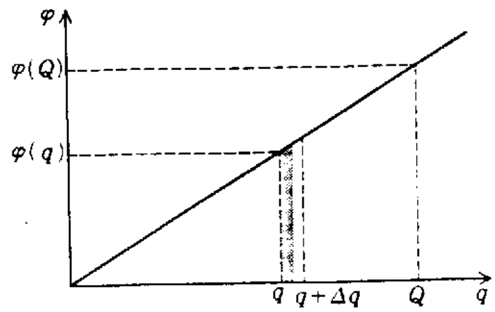

図 1

依存性のグラフの囲む図形の面積である．今の場合これは3角形の面積になる．それゆえ，孤立した導体を帯電させるための仕事は，そこに貯えられた静電ポテンシャル・エネルギーに等しく，次の式で与えられる：

$$A=W=\frac{1}{2}\varphi(Q)Q=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{1}{2}C(\varphi(Q))^2. \tag{2}$$

式(2)は，形の上で式(1)と一致するが，そこに現れる量は少し違った意味を持つ：$\varphi(Q)$ は孤立した導体のポテンシャルであり，コンデンサーの極板間の電位差 (U) ではなく，C は導体の容量であって，コンデンサーの容量ではない．

ところで，エネルギーは一体どこに貯えられるのだろうか？　この問いには，同等な二つの答がある．第1の答は，貯えられたエネルギー，すなわち電荷の間の相互作用エネルギーは導体に存在する，というものである．第2の見方によれば，貯えられたエネルギーの担い手は電場であり，したがって，エネルギーは導体を囲む空間に分布していることになる．平板コンデンサーの場合には，極板によってつくられた電場は一様で，極板の間の領域に局在している．したがって，エネルギー密度，すなわち単位体積あたりのエネルギー w は，次の式で与えられる：

$$w=\frac{\varepsilon\varepsilon_0E^2}{2}. \tag{3}$$

ここで，E は電場強度，ε は極板間の媒質の誘電率（比誘電率），ε_0 は真空の誘電率である．

この公式は，電場が一様でない，一般の場合にも，電場の全エネルギーを計算するのに用いられる．例えば，帯電体のまわりでの，電場強度は，帯電体からの距離が増すと減少する．それにもか

かわらず，空間の任意の点で，微小な体積 ΔV を取り，その中での電場強度が実質的に一定になるようにすることができる．すると公式(3)によって，対応するエネルギー密度が計算できる．考えている微小体積に含まれるエネルギーは

$$\Delta W = w\Delta V = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}\Delta V.$$

もし，電場の存在する全体積を微細な小体積に分け，各体積内のエネルギーを上の方法で計算し，そこですべてを加え合せれば，電場の全エネルギーになるだろう．全エネルギーとして，すでに求められている式(2)が得られることは，驚くべきことである．

この方法でエネルギーを計算することが，どんなに有効かを示す素晴しい例として，真空中にある，帯電した導体球の半分が，互いに及ぼす反発力を求めてみよう．

まず，導体球の内部の電場は，任意の導体内部の電場と同様に 0 であることを思い出そう．球の外での，電場強度は，球にあるのと同量の電荷が球の中心にある場合と同じである：

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}.$$

ここで，Q は球の電荷，r は球の中心から考えている点までの距離である．したがって，半径 R の球の表面における電場は

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^2}$$

に等しい．

ここで，思考上で球を半分に切り，一方の半球が他方から，斥力 F により微小距離 Δx だけ離れたとしよう．このときなされた仕事

$$\Delta A = F\Delta x$$

は，球を囲む全空間に貯えられた，電場の全エネルギーの減少に等しい．実際，図 2 で斜線をつけた，半球の移動した空間領域（体積 ΔV）には，

$$\Delta W = w\Delta V = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}\Delta V = \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0 R^4}\Delta V$$

のエネルギーが貯えられていた．ずれた後では，この領域はすでに球の内部にあり，そこでの電場は 0 である．半球間に生じた隙間には，電場は実際上侵入せず，残りの空間では，電場は殆ど変らない．斜線をつけた領域の体積は，生じた隙間の体積に等しいことが容易に分り，それは簡単に計算できる：

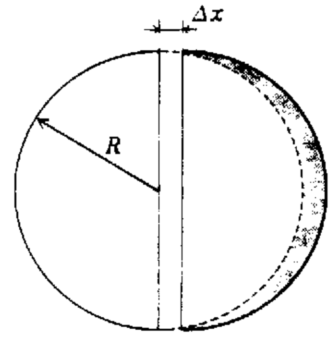

図 2

$$\Delta V = \pi R^2 \Delta x.$$

したがって，エネルギー保存則により $\Delta A = \Delta W$ と書けるから，次の関係が得られる：

$$F\Delta x = \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0 R^4}\pi R^2 \Delta x.$$

これから，二つの半球の間にはたらく斥力は，次式で与えられる：

$$F = \frac{Q^2}{32\pi\varepsilon_0 R^2}.$$

このようにして，荷電体のエネルギーは，電荷の間の相互作用エネルギーと考えることも，帯電体によって空間につくられた電場のエネルギーと考えることもできる．どちらの観点が良いかは，静電気に関する限り“趣味の問題”である．しかし，時間的に変化する電場を考えると，第 2 の観点，すなわちエネルギーを電場に関係づけるのが，唯一の正しい方法であることが分る．

（こじま ひでお）