

だけか？ 問題をより正確にたてるために、上に述べた間隔にある速度をもつ分子の数を $\Delta N(\vec{v})$ と書き、区切った領域に存在する全粒子の数を N と書くことにする。するとわれわれが知りたいのは、比 $\Delta N(\vec{v})/N$ である。

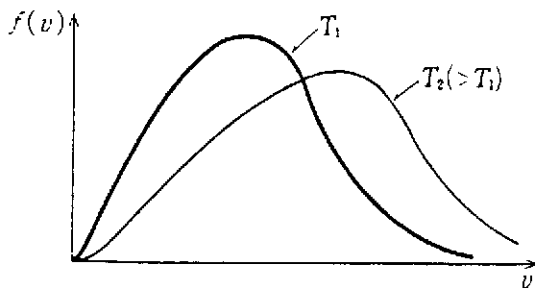
もし、仮定した速度の区間 $\Delta \vec{v} (= \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z)$ の大きさが適当に小さければ、 $\Delta N(\vec{v})$ は $\Delta \vec{v}$ に比例すると考えられる：

$$\Delta N(\vec{v})/N = f(\vec{v}) \Delta \vec{v}$$

$f(\vec{v})$ は分子の速度に関する分布関数と呼ばれ、どのような巨視的な系をも特徴づける重要な量である。 $f(\vec{v})$ を知れば、全体の分子の中で、何%がある速度の近くにあり、何%が他の速度の近くにある、などを計算できる。

最初われわれは、温度の平均化の過程では、物体の系に分子のレベルで何が起っているのか、という問いを提起したことを思い出そう。ここで分かったことは、系が平衡にないとき、分子の衝突により分布関数 $f(\vec{v})$ が変化するが、やがて平衡が成立すると分子衝突が起っても分布関数の形が変らない(平衡の定義からそうであるべきである)、ということである。平衡状態の分布関数 $f_0(\vec{v})$ の具体的な形は、1860年に、秀れた英国の物理学者マクスウェルによって見出された。

理論によれば(注意！これは、この記事の最初の主要な結論である)、平衡状態における分布関数 $f_0(\vec{v})$ は、系の温度 T によって完全に決まってしまう。この事実は、よく考えると、奇妙に思える。この結論によれば、系は最初の瞬間にどんな状態にあったかに関係なく、温度が与えられればいつでも、しかるべき状態に落ち着くことになる。あなたは必要なら、気体を“かき混ぜ”てもよいが、驚いたことに、気体はいつでも同じ状態に落ち着き、最初それがどんな状態にあったかを、きれいに忘れてしまう。



図には、二つの温度 T_1 と T_2 ($T_2 > T_1$) にたいする、関数 $f(v) (= f(\vec{v})v^2, v = |\vec{v}|)$ のグラフを示した。温度が変化したときグラフが“ずれる”事実を、どのように説明するかを自分で考えてみていただきたい。

こういう訳で、温度は物体の熱平衡状態を決定するのに、基本的役割をする。

以上のことから、もう一つの非常に重要な事柄が明らかになる。もし、分子のどれだけの部分がどんな速度で運動しているかが分かれば、われわれは分子の運動の平均特性量を計算できる。とくに1個の分子のランダムな並進運動の平均エネルギーは、次の式で与えられる：

$$m\overline{v^2}/2 = (3/2)kT.$$

この公式にもとづいて、しばしば次のように言われる：温度は分子の並進運動の平均の運動エネルギーの尺度である。

しかしそれは正確でない。問題は、エネルギーの表式に現れる係数“3/2”がまったくの偶然の結果ではなく、深い意味をもっていることである。数“3”は、3次元空間で分子の質量中心の位置を決定するために必要な座標の数3に関係している。別の言い方をすれば、各々の分子はその並進運動の3個の自由度を持っている。しかし、分子には並進運動以外の自由度もある：回転、振動など。

実は、分子の速度に関する分布関数を知れば、次のことが示される。(注意！これはこの記事の第2の重要な結論である)：どの自由度にも平均エネルギー $(1/2)kT$ が分配される。(このことから、分子の並進運動の平均運動エネルギーに対する式の係数(3/2)が得られる)。換言すれば、温度は、分子の並進運動の運動エネルギーの尺度ではなく、系の自由度の一つに分配されるエネルギーの尺度である。(このような温度を絶対温度、ケルビン温度などと呼び、Kをつけて表す：273 Kなど。日常用いられるセ氏温度(°Cで表す)とは、次の関係にある。絶対温度を T (K)、セ氏温度を t (°C) とすると、

$$T \text{ (K)} = t \text{ (°C)} + 273.15.$$

2. 分子運動の無秩序性と熱機関 (1985, No. 9, pp. 24~26)

よく知られているように、熱機関は、他のエンジンにくらべて、効率が衰れなほど低いことで際立っている。例えば、現在ではほとんど実用になっていないが、初期の蒸気機関車の効率は、10%を超えなかった。また、それにとって代わった蒸気機関車の効率も、ほぼ25%だった。現在用いられている最良の熱機関の効率でも50%を超える程度である。

これは、最初の熱機関が現れてから200年たった現在でも、熱機関で燃される燃料のエネルギーは、半分が無駄に捨てられている、ということの意味する。何が原因なのだろうか？ たぶん、学者や技術者が、燃料のエネルギーをもっと有効に利用できる“優れた”熱機関を発明し、製造することができなかったからではなかろうか？

実は、それは熱機関の製造者の責任ではないのだ。熱機関において起っていることの本質を、われわれがもっと注意深く考察すれば、効率の値が低いことの真の“責任者”を見つけ出すことができる。

無秩序な運動と秩序のある運動

熱機関は、力学的な仕事をするためのものである。それは通常、次のようになされる：何らかの気体が、加熱器からある量の熱を得て膨張する；この膨張の際に気体の圧力が仕事をする、例えばピストンを変位させたり、タービンを回転させることによって。言い換えると、熱機関では、熱エネルギーすなわち分子の無秩序な運動エネルギーが、力学的エネルギーすなわち秩序のある運動のエネルギーに変換される。これはたぶん、すべての熱機関にあてはまる、最も重要な事実である：“入力”は無秩序な運動のエネルギーで、“出力”は秩序のある運動のエネルギーである。

損失なしに、すなわち1に等しい効率で、熱エネルギーを力学的エネルギーに変換することは可能だろうか？ それは可能であるように思える。例えば、加熱器からの熱を、気体の温度、したがって気体の内部エネルギーを変えずに導入すればよいだろう。すると熱力学の第1法則

$$Q = \Delta U + A$$

によって、内部エネルギーの変化 ΔU がゼロのとき、仕事 A は導入された熱量 Q に厳密に等しい。

しかしそのようなことは、気体が一方向にだけ膨張する場合に可能なことが、すぐに分かる。どんな熱機関でも周期的に動作するものである。このことについては、少し後で述べるだろう。

気体と弾性体のばね

膨張するときの気体の行動は、縮めたばねの動作とよく似ている。実際、縮めたばねはいつでも伸びよう、長くなるうとしている。それとまったく同様に、気体はいつでも膨張し、その体積を大きくしようとしている。縮めたばねはそれが伸びるときに仕事をする。膨張する気体の圧力も仕事をする。

しかし、気体とばねの間には、重要な違いがある。ばねは縮むことも、伸びることもできる。伸ばしたばねは縮めたばねと同様に、つねに平衡状態に戻ろうとする。その時に弾性力が仕事をする。しかも最初縮めたばねは伸びて変形しない状態にすぐ戻ることはなく、まず伸ばした状態になり、それが今度はまた縮んだ状態になり、などする（ある時間、ばねは振動している）。

それに対して、気体は伸ばしたばねと同じようにはならない。気体はどんなに膨張させても、そこで常にもっと膨張しようとする。気体はつねに圧縮された状態にある。たとえば、もしある気体が円筒の中にあり（図1）、その圧力 p_1 が外部の圧力 p_2 より大きければ、気体はピストンを押し

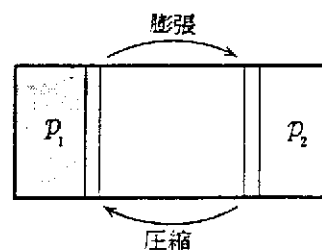


図1

圧力が等しくなるまで続く、しかし膨張した気体は自分で収縮することはない、膨張する前に持っていた体積に戻ることはない。

気体のこのような行動の原因は、分子の運動が無秩序な性格を持つためである。実際、気体が自動的に収縮するためには、気体の分子は“そろって”一方向へ、今考えている場合には左へ、動かなければならない。しかし無秩序に動いている分子には、そんなことはできない。気体の、自動的な膨張と収縮のこのような“不平等”は、分子的な過程の不可逆現象の一つである。

どうして効率は低いのか？

すでに注意したように、すべての熱機関は周期的に動作する。これは次のことを意味する：気体は膨張してその圧力で仕事をした後には(それが熱機関の目的なのだが)、ふたたび膨張の過程を開始できるように、最初の状態に戻らなければならない。例えば、もし気体が膨張してピストンを位置1から位置2へ動かしたとすると、こんどはもう一度位置1へ戻さなければならない。そのためには、膨張した気体は収縮しなければならない。

しかしたった今見たように、気体は自動的に収縮しない。つまり、収縮するためには外力がはたらいて、一定の仕事をしなければならない(気体の圧力は同じ仕事をするが、その符号は逆である)。気体が膨張するとき、その圧力と体積が、図2の曲線1-2に沿って変化すると仮定しよう。膨張の際に気体の圧力によってなされた仕事は、この曲線の下面積で表される。もしピストンを元の位置に戻すための気体の収縮が、同じ曲線上を逆の向きに行われるならば、仕事の大きさが同じなのは明らかである。したがってそのようなとき、気体の膨張の際になされた仕事は、収縮の際に“費やされる”。そのような“熱機関”は、効率がゼロであることは明らかである。

熱機関がこのような事情の下で有効な仕事を行うためには、気体の圧縮に費やされる仕事は、膨張の際に得られる仕事より小さくなければならない。そのためには、体積にたいする圧力の依存性を示す曲線が、次のようなものでなければならない：圧縮の際の曲線が膨張の際の曲線より

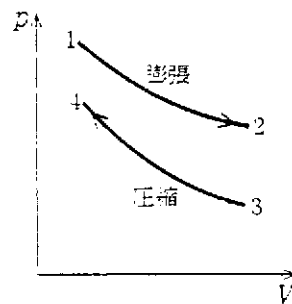


図2

下にある、たとえば図2の曲線3-4に沿って圧縮が行われる。そうすると、曲線3-4の下面積は、膨張の際の仕事を表す曲線1-2の下面積より小さくなる。曲線1-2と曲線3-4の下面積の差が、熱機関の1周期の間に得ることのできる有効な仕事を表す。

ところで、圧縮曲線3-4が膨張曲線1-2より下にあるということは、圧縮される前の気体が膨張したときの気体より冷やされることを意味する。言い換えれば、加熱器から気体の得た熱量の一部が、気体より温度の低い、冷却器と呼ばれる物体に与えられるのである。

熱機関の効率が低い原因はここにある：加熱器から得られた“すべての”熱量が力学的エネルギーに変換されるのではない；その一部は必然的に冷却器に与えられねばならない。熱機関にとって、冷却器は加熱器と同様に不可欠である。加熱器から得られた熱をつかって仕事をする、だけが唯一の結果であるような周期的過程は不可能である、ということは、自然の基本法則の一つである熱力学の第2法則の一つの表現である。

そういう訳で、熱機関の効率が低い本当の原因は、分子運動が無秩序なことである。それゆえこの原因は、熱機関をつくる科学者や技術者が何らかの工夫をすることによって除去することはできない。

前回 (Basic 数学, '92, 2月号) の練習問題の答
1. $348 K$, 2. $C_V T(1-nm)$, 3. $3R$.

(訳 こじま ひでお)