Basic 数学
1990, 10

ソ連科学誌・クヴァントから

«Квант» для младших школьников

やさしい物理学 —— ❶

小島　英夫（静岡大学）訳

1．力学の基本概念の歴史 (1986, No. 5, pp. 20-21)

既に古代の人々は，物体の力学的運動の定量的な特性を見出そうと試みていた．しかし，“適当な”物理的概念が形成されるまでには，何世紀もの年月が必要であった．

17世紀に古典力学が事実上誕生するのであるが，そのとき，運動の尺度としてどのような量を用いるのが正しいのか，ということが特別に重要な問題となった．R. デカルトは，そのような概念として“運動の量”を提案した．現代風に言えば，これは物体の質量とその速度の絶対値の積で定義される．そして彼は“運動の量の保存則”を定式化した．

数学の達者な本誌の読者は，物理学もよくできる方が多いと思われる．しかし一般に，物理学は数学より好かれていない――特に女性には――という印象を受ける．数学科よりは物理学科の方が女子学生の数の割合が少ないのが普通であることからそう思う．実証科学でありながら数理科学でもある，という物理学の二面性が，特に取付きにくいと感じさせるのではなかろうか．昔(30年前に)，朝永振一郎先生が，理論家はカンニングをするのですよ，と述懐するのを伺ったことがあるが，この辺の事情を述べられたのだと今にして思う．

この“やさしい物理学”では，最近数年間のクヴァント（量子）の記事から，実証性を象徴する物理的概念と，数理性そのものの数学的取扱いとを，易しく解説したものを選び，できるだけ系統的に掲載する．それによって多くの読者が，物理学を一層よく理解し，一層好きになっていただけるものと思う．原則として隔月に掲載されるが，場合によっては毎月になることもある．内容の順序は一応，力学，熱，分子運動，波動（音，水面波，光），電磁気，原子物理学，応用・トピックスを考えているが，厳密にこの通りになるとは限らない．

乞御期待．

静岡大学　小島英夫

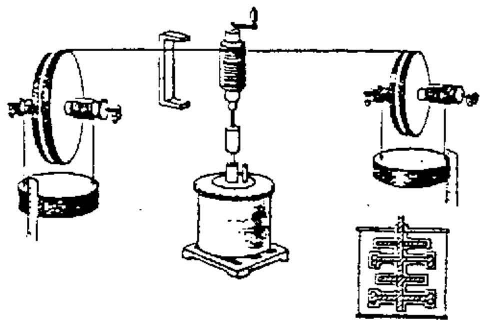
デカルトは速度がベクトル量であることを考慮しなかったので，いくつかの誤りを犯した．特に当時実用上重要であった，物体の弾性衝突の問題を考察する際に，間違った結論を出した．例えば，デカルトによれば，同じ速さで反対向きに運動する２個の物体が弾性的に正面衝突したとき，一方の物体の質量が他方より少しでも大きいときには，衝突後２個の物体は，質量の大きい物体の始めの運動の向きに運動することになる．実際は，質量の接近した二個の球の弾性衝突の場合には，２個の球は反対向きに飛び去るのである．

デカルトの誤りは，後にホイヘンスおよびニュートンによって訂正された．

ライプニッツはデカルトの理論を批判し，運動のより適当な尺度は物体の質量と速度の自乗との積である，という考えを述べた．彼はこの量を“生命力”と呼び，“生命力の保存則”を確立した．どちらの概念が優れているかについての議論は，半世紀以上にわたって続いた．その間研究者たちは，物体が相互作用するときに起る現象を完全に記述するためには，“運動の量”も“生命力”も必要だ，という結論には到達しなかった．

科学に導入された次の力学的概念は，ポンセルにより1826年に提唱された“力の仕事”という概念であった．この概念の導入は，われわれが“運動エネルギー”と呼んでいる，“生命力”の半分に等しい量を生み出す手助けをした（コリオリ，1829年）：質点にはたらく力の仕事は，軌道の終

点と始点における運動エネルギーの値の差に等しい.



力学的仕事とそれによって生じた熱量の間の関係を決めるための，ジュールの実験装置．円筒に巻かれた糸の端に錘がつけられており，それが降下すると円筒が回転させられる．円筒の軸には翼をつけた旋回軸が直結しており，それが水を入れた熱量計の中で回転し，水を温ためる．図の右下には熱量計の鉛直断面を示した．

科学における最も険しい茨の道は，“ポテンシァル・エネルギー”の概念にあった．実際，この概念は，ジュール，マイエル，ヘルムホルツにより独立に定式化された，エネルギー保存の法則といっしょに生れた．後の二人が根からの物理学者ではなかったことは，興味のあることである——マイエルは医師であり，ヘルムホルツは生理学を専攻している．これらの学者の仕事の運命も，また似ていた：いくつかの，主要なドイツの物理学関係の雑誌の編集者は，それらの論文があまりにも“理論的だ”と考えて掲載を断った．

ポテンシァル・エネルギーは，最初ヘルムホルツの論文“張力”に現れた．しかし著者は，この概念に明確な物理的説明を与えなかった．その概念について議論が湧き起った．問題の本質はポアンカレによって極めて明瞭に定式化された：“エネルギーを実体化するためには，それを局在化させねばならない；単に‘運動している物体の属性である’運動エネルギーに対して，物体はポテンシァル・エネルギーを持った状態にある．それでは，2個の天体の間に引き起された引力のポテンシァル・エネルギーは，どこに存在しているのか？ 2個のうちの一方にか？ 両方にか？ 両者の間の空間にか？”

この問題に対して種々の答が提案された．例えばヘルツは，“ポテンシァル・エネルギー”の概念をまったく否定してしまうことが必要と考え，この種のエネルギーを，物体を構成する粒子の，潜在的な運動の力学的エネルギーに帰着させることを試みた．しかしその試みは成功しなかった．後に明らかになったように，ポテンシァル・エネルギーは相互作用の尺度であり，その概念の深い，完全な理解には，場についての観念の導入が不可欠なのである．（この問題の詳細な考察は，荷電体の静電相互作用についての取扱いでなされるだろう）

力学の諸概念がしだいに発展するにつれて，科学者たちは，物理学のこの分野から独立した，一般的な観念に到達したのである．物理科学の異なる分野が，相互に豊かにし合うことが起るのは，その歴史における一つの特徴である．

2．ニュートンの3法則の中で最も重要なのはどれか？ (1985, No. 1, pp. 25-26)

ニュートンの3法則の中で最も重要なのはどれか？ という問いに対して，多くの人はためらうことなく答えるだろう：“もちろん第二法則だ！ 第一法則は何も公式を含んでいないし，第三法則は判り切ったことだ”．しかし実際にはそう単純ではないのである．

運動の法則の発見は，その後間もなく，われわれを取りまく世界——投げた石の運動から，他の惑星の作用による，惑星の運動のケプラーの法則からのずれにいたるまで——を完全に記述することを可能にした．

運動の法則を理解する第一歩は，ガリレイによる慣性の法則の定式化によってなされた．彼は，物体が他の物体から何も作用をうけないか，他の物体の作用が相殺しているときには，その物体はそれまでの一定速度の直線運動をそのまま続けるか，それまでの静止状態をそのまま続ける，と主張した．現在，われわれにとって，この主張は自明と思われる．しかし当時は，アリストテレスの時代以来，外からの作用がないと物体は静止してしまう，一定の速度で運動するためには他の物体からの作用が必要である，と考えられていたの

である．日常生活においては，実際上いつも運動にはあれこれの摩擦力がはたらくから，運動は（何かによって支えられていない限り）時間がたつと停止してしまう．

ニュートンは次の一歩を進めた．彼は，他の物体からの作用をうけた物体の速度はどのように変るのか，という問題に回答を与えた．そのために彼は，ニュートンの法則と後に名づけられた運動の3法則を定式化した．

第一法則は実質的にガリレイの慣性の原理と同じものであるが，現代の定式化においては，少し違った意味が加えられている：“慣性系と呼ばれる基準座標系が存在し，他の物体から作用がないか作用が相殺している物体は，その座標系に対して速度が一定である”．換言すれば，ニュートンの第一法則は，第二および第三法則が成り立つ，都合のよい基準系を選ぶことが可能であることを述べている．やり方は簡単だ：何らかの物体への外部からの作用を補償し，われわれが選んだ基準系でその運動を考察すればよい．もしその物体が静止するか，等速直線運動すれば，その基準系は慣性系である．もし物体が加速度運動をすれば，その基準系は非慣性系であり，ニュートンの第二法則をつかって運動を直接記述するには適していない．

ニュートンの第二法則は，物体に加えられた力の大きさと生じる加速度とを関連づける：$\vec{F}=m\vec{a}$．この法則は力学の基本的な問題*) を解き，力と初期条件が知られているとき，任意の時刻における物体の位置と速度を決定することを可能にする．このとき力は，相互作用する物体を特徴づける物理量として現れる．第二法則をつかうと原理的に，どんな力学的問題も解くことができる．しかしながら，力の表式については力学の法則は何も語っておらず，物体の運動の変化の原因となる力を研究することが，物理学にとって不可欠だ，ということを示すにとどまる．ニュートンは，彼の万有引力の法則において，力学の三つの基本法則と無関係に，二つの物体の間の重力に対する表式を与えている．

ニュートンの第三法則は，すべての型の相互作用に対して成り立つ性質として定式化される：作用はつねに反作用と大きさが等しく，向きが反対である．したがって，1個の物体が第二の物体に作用しそれを北へ押したとすると，第二の物体は同じ大きさの力で第一の物体を南へ押し，その力は厳密に同一直線上にある．

したがって，われわれは次の結論に達する：ニュートンの3法則のうちどれが最も重要か，を問題にしてはならない．それらの全体が物体の運動の記述に必要なのであり，全体が任意の力学的運動の完全な記述を原理的に可能にするのである．“原理的” という言葉をここに加えたのは意味がある．最も簡単な型の力の場合にだけ，ニュートンの方程式を正確に解くことが可能である．実際に生ずる現実的問題は，数学的に複雑なために，コンピューターをつかって非常にこみ入った方法で解かざるを得ない．したがって，万有引力で相互作用する，2個の物体の運動に関する問題だけが，比較的簡単に解ける．3個の物体に対する同様の問題は，一般に正確な解をもたないが，好みの精度で解くことはできる．コンピュータの出現によって，解の精度を上げることは，時間的に著しく短くてすむようになった．

3．運動の相対性 (1989, No. 9, pp. 46-48)

よく知られているように，任意の物体の運動は相対的である．すなわち，その変位，速度，軌道の形は，その物体の運動を考察するために用いる基準座標系（基準系）に依存している．運動を記述するには種々の基準系――静止していたり，運動していたりする――が用いられる．

一つの座標系から他の座標系へ変換するには，変位の合成則あるいは速度の合成則を書き表せばよい：

$$\overline{s_1}=\overline{s_{12}}+\overline{s_2},\quad \overline{v_1}=\overline{v_{12}}+\overline{v_2} \tag{1}$$

ここで $\overline{s_1}(\overline{v_1})$ は第一の基準系（例えば静止系）に

*) 逆の問題――すなわち，物体の座標の時間依存性が知られているとき，速度，加速度および力を求める――は，ずっと簡単に解ける．しかし次の事に注意すべきである：そのようにして決まるのは，物体に同時に作用する力の合力だけであり，個々の力ではない．

関する物体の変位（速度）で，$\overrightarrow{s_{12}}(\overrightarrow{v_{12}})$ は第二の基準系（例えば運動系）に関する物体の変位（速度）で，$\overrightarrow{s_2}(\overrightarrow{v_2})$ は第二の基準系の第一の基準系に関する変位（速度）である．したがって，地球に対する飛行機の速度 $\overrightarrow{v_C}$ は，大気に対する飛行機の速度 $\overrightarrow{v_{CB}}$ と大気の地球に対する速度 $\overrightarrow{v_B}$（風速）の和である：$\overrightarrow{v_C}=\overrightarrow{v_{CB}}+\overrightarrow{v_B}$.

運動が一様でない場合には，加速度の合成則が成り立つ：

$$\overrightarrow{a_1}=\overrightarrow{a_{12}}+\overrightarrow{a_2} \tag{2}$$

ここで $\overrightarrow{a_1}$ は静止系に関する物体の加速度，$\overrightarrow{a_{12}}$ は運動系に関する物体の加速度，$\overrightarrow{a_2}$ は静止系に関する運動系の加速度である．

公式(1)と(2)は，より対称で記憶に適した形に書き直して，二つの物体（系）の相対変位（速度，加速度）を直接表す形にすることができる：

$$\overrightarrow{s_{12}}=\overrightarrow{s_1}-\overrightarrow{s_2},\quad \overrightarrow{v_{12}}=\overrightarrow{v_1}-\overrightarrow{v_2},\quad \overrightarrow{a_{12}}=\overrightarrow{a_1}-\overrightarrow{a_2}.$$

例えば，水に対するボートの速度は，ボートの速度と水の速度（流れの速度）の差である：$\overrightarrow{v_{BW}}=\overrightarrow{v_B}-\overrightarrow{v_W}$.

以上に述べたことは，一つの系の他の系に対する運動が，並進的なとき（運動系の座標軸が静止系の座標軸にいつも平行なとき）にだけ成り立つことに注意しよう．さらに，すべての物体の速度の大きさが，光速度 $c=3\times10^5$ km/s にくらべて小さくなければならない．そうでないと，アインシュタインの相対性理論の法則によって，上に述べたことは正しくなくなってしまう．

ここで次の問いを考えてみよう：どうして基準座標系を変える必要があるのか？　紛糾を避けるために，断固として何か一つの基準系を選ぶことはできないのか？　実はそういう訳にはいかないのであり，その理由をいくつかあげる事ができる．

第一に，多くの状況において，われわれは第二の基準系を用いることを余儀なくされる．それを使わないと，当面する問題を解くことができないような場合である．例えば，風のある天候での飛行機の航行を考えよう．操縦士の選んだコースを記録する計器は，機体の軸がコンパスの磁針に対して示す向きと，空気の流れに対して測った飛行機の速度とを表示する．ということは，測定結果は空気に固定した基準系で考えたときに意味があることになる．つまり，その基準系での飛行機

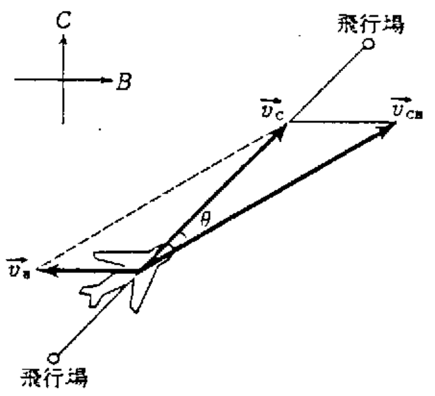


図1

の速度の大きさと向きを決定するのである．しかしこの座標系だけを考えているわけにはいかない．われわれは地球上の位置（離陸した飛行場と着陸する飛行場）に関する飛行機の運動を制御しなければならないのだから．速度の合成則を書き，

$$\overrightarrow{v_C}=\overrightarrow{v_{CB}}+\overrightarrow{v_B},$$

それを図に表す（図１）．通常，風速と風向は知られている（気象サービスのデータ）；目的地への向き（すなわちベクトル $\overrightarrow{v_C}$ の向き）と風に対する飛行機の速度（エンジンを全開したときの）または地球に対する飛行機の速度の大きさ（操縦指令官はきちんと飛ぶように努力する！）が決められる．これらのデータがあれば，速度の三角形の２辺と角度から，残りのすべての要因（例えば，風のある場合のコースの角度補正 θ）を決定することができる．

第二に，他の基準系に移ることが，不可欠ではないが，著しく問題の解決を容易にし，状況をより見通しよくすることがある．例えば，二つの大砲から同時に発射された砲弾の運動を考えよう

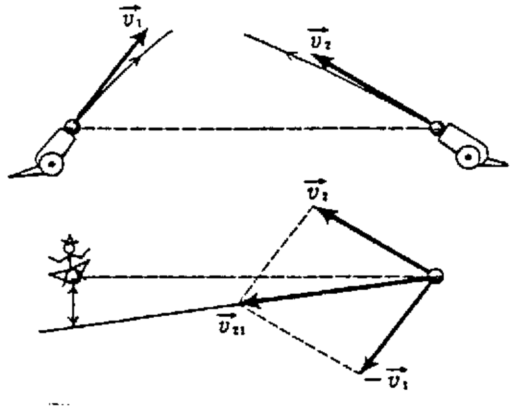


図2

(図2). 弾丸が相互にどれだけ離れているかを知るにはどうすればよいか？　ミュンヒハウゼン男爵*) と同様に，砲弾の一つに“鞍を置く”のが最も簡単な方法であることがわかる. 砲弾の相対加速度は $\overrightarrow{a_{12}}=\overrightarrow{a_1}-\overrightarrow{a_2}=\vec{g}-\vec{g}=0$ である（空気の抵抗は無視することにする）. これはミュンヒハウゼンの観点では，第二の砲弾は速度 $\overrightarrow{v_{21}}=\overrightarrow{v_2}-\overrightarrow{v_1}$ で一様に，一直線に沿って飛ぶことを意味する. グラフからこの速度の向きを決めると，第二の砲弾が男爵の最も近くを通る距離を容易に求めることができる（ただし，その瞬間まで，どちらの砲弾も地面に衝突しないことが必要である）.

もちろん，ミュンヒハウゼンの基準系をつかわないで，すべての計算を実行することも可能であるが，それは恐ろしく長ったらしいものになるだろう. 上に考察した“ミュンヒハウゼン男爵の原理”——2個の自由に放物運動する物体の相対運動は等速度運動である——は，多くの問題に応用できる. 例えば，礼砲を撃ったとき，弾丸が破裂した後に，何故光球の寸法が増大しながら，全体として下降してくるのか，を説明してみるとよい.

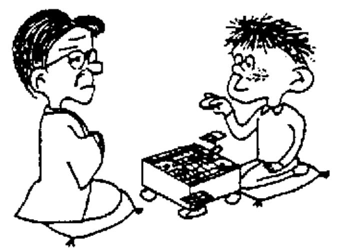
人類の精神史における劇的なエピソードの一つが，とりも直さず“正しい”基準系の選択に関係していたことを思い出すのも一興である. ジョルダノ・ブルーノの死刑およびガリレイの闘争と断念. 人々にとって，地球が世界創造の中心ではなく，それは太陽のまわりを旋回している惑星の一つにしかすぎない，ということに同意することは，非常に難かしいことであった. 何が人々に，地球中心の（地球に結びついた）基準系から，太陽中心の（太陽に結びついた）基準系への変化を起させたのか？　われわれの説明によれば，その変化の長所の一つは，太陽系では惑星の運動の計算がはるかに簡単になることである. 明らかにそのために，ケプラーは惑星の運動法則を解明することに成功したのだし，さらにそれがニュートンに，万有引力の法則を発見させることになったのである.

太陽基準系が地球基準系より基本的に優れている点は，どこにあるのか？　力学の立場から言うと，すべての基準系が同等なのではなく，慣性基準系と呼ばれる基準系において力学法則が非常に簡単な形をとるのだ，ということが知られている. 太陽基準系は地球基準系と違って，慣性系と考えることができるのである. しかし，運動学の立場から言うと，すべての基準系が同等であり，加速運動したり，回転運動したりしている系を含めて，どんな系をつかうことも可能である. とは言っても，回転している基準系はいくつかの異常な特性をもっており，この記事で取扱う範囲を越えた，個別の注意深い考察を必要とする.

（こじま　ひでお）

*) ミュンヒハウゼン男爵. G.A. ビュルガー作〈ほら男爵の冒険〉の主人公. 奔放な空想を誇大に語ったほら話集. ここで話題となっているのは，ミュンヒハウゼン男爵流に，一方の弾丸に乗って他方を見る，という観点である（訳注）.

次号（11月号）の案内



●自然・社会科学を学ぶための数学誌

●特集／ルベーグ積分

執筆者　ルベーグ積分なんてこわくない……………竹之内　脩
ベクトル空間上の測度……………越　昭三
空間の積分表現の積分……………梶原　毅

●おもしろ数学アカデミー

おもしろ線形代数／行列式のルーツを探る——木村　良夫
テイラー展開——宮本　敏雄
確率統計／破産問題——安藤　洋美

力学シミュレーション／手首にやさしいスイートスポット——足利　裕人
プログラム電卓／数列の値を追ってみよう(2)——竹之内　脩
ファジィ理論／ファジィ集合代数の数学的構造——中島　信之
複素解析のすすめ／コーシ・リーマンの方程式——楠　幸男
数学と物理学／作用と対称性——山下純一
ベドーの幾何学／等長変換——深川　英俊
大学院入試問題演習／解析学——梶原　壌二
数学盲点集②——小寺　平治
幾何学入門／再び Compact 集合，位相不変量——横田　一郎
●数学書を読む／ガロアの原稿